

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - 3z = 2 \\ 4x + 2y - 6z = a \end{array} \right\}$$

- a) (1,5 puntos) Razone si existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible
- b) (1,5 puntos) Resuelva el sistema si $a = 4$

2. Dada la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 10$

- a) (2 puntos) Determine sus máximos y mínimos
- b) (1 punto) Determine la ecuación de la recta tangente en $x = 1$

3. El 60% de los alumnos de un centro de estudios superiores son varones, de los cuales el 80% acude al centro en transporte público. El 40% de las mujeres que estudian en el centro no va al mismo en transporte público.

- a) (1 punto) Obtenga la probabilidad de que un alumno del centro acuda al mismo en transporte público.
- b) (1 punto) Seleccionado un alumno al azar se observa que ha ido al centro en transporte público. Calcule la probabilidad de que sea mujer.

4. (2 puntos) Se sabe que el consumo de arroz al año de los habitantes de una ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 250 gramos. Se toma una muestra de 100 personas siendo su consumo medio 7.500 gramos. Obtenga un intervalo de confianza, a un nivel del 95% para estimar el consumo medio de los habitantes de la ciudad.

OPCIÓN B

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 2a & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

a) (2 puntos) Determine su rango en función de a

b) (1 punto) Calcule la matriz inversa de A para $a = \frac{1}{2}$

2. Calcule los siguientes límites:

a) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\left(\frac{2x^2-1}{x^2+2}\right)-1}$

b) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}\right)$

c) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + 3x})$

3. (2 puntos) Encuentre los puntos de inflexión de la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 10$

4. Se hizo un estudio sobre la composición de los espectadores de un festival de música folk concluyendo que:

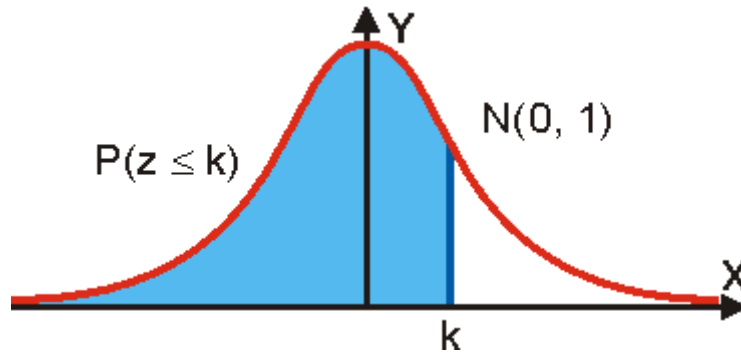
- el 30% son mujeres
- el 25% toca algún instrumento musical

Obtenga la probabilidad de que un espectador seleccionado al azar sea mujer o toque algún instrumento musical si:

a) (1 punto) se supone que tocar un instrumento musical es independiente del sexo.

b) (1 punto) se sabe que el 10% de los espectadores son mujeres y no tocan ningún instrumento musical.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO A

Problema 1

Solución:

Sistema incompatible si $a \neq 4$. Compatible indeterminado si $a = 4$.

Si $a = 4$, $(x, y, z) = (1 - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}z, y, z)$

Criterios corrección. Obtención de a : 0,75 puntos

Discusión del sistema en función de a : 0,75 puntos

Obtención de la solución: 1,5 puntos

Problema 2

Solución:

Máximo en $x = 1$ y mínimo en $x = 2$

Recta tangente: $y = 15$

Criterios corrección. Obtención correcta de las derivadas: 1 punto

Obtención del máximo y mínimo y justificación: 1 punto

Fórmula de la recta tangente: 0,5 puntos

Obtención correcta de la recta tangente: 0,5 puntos

Problema 3

Solución: a) 0,72; b) 0,33

Criterios corrección. Obtención correcta de la probabilidad de cada apartado: 1 punto

Problema 4

Solución: (7451; 7549)

Criterios corrección. Fórmula correcta: 0,5 puntos

Cálculo de $z_{\alpha/2}$: 0,5 puntos.

Obtención correcta del intervalo: 1 punto

MODELO B

Problema 1

Solución:

Si $a \neq 1$, $Rg(A) = 3$. Si $a = 1$, $Rg(A) = 2$.

$$\text{Si } a = 2, A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto

Discusión del rango en función de a : 1 punto

Obtención de la matriz inversa: 1 punto

Problema 2

Solución:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\left(\frac{2x^2-1}{x^2+2}\right)-1} = e$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}\right) = \frac{4}{3}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + 3x}) = \frac{-3}{4}$$

Criterios corrección. Obtención correcta de cada límite: 1 punto

Problema 3

Solución: Punto de inflexión $x = \frac{3}{2}$

Criterios corrección. Obtención correcta de las derivadas: 1 punto

Obtención del punto de inflexión y justificación: 1 punto

Problema 4

Solución: a) 0,475; b) 0,35

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1 punto